# ~ CURS 2 ~

## *I.5. Elemente active de circuit*

### A. Sursele independente

a) Sursa ideală de tensiune este un element activ de circuit pentru care se consideră esențială t.e.m. la borne, celelalte neglijându-se ($R$, $\varphi$, $q$) (fig. 1.8a).

Ecuația caracteristică pune în evidență faptul că acest element asigură o tensiune la borne constantă indiferent de curentul prin el (fig. 1.8b):

$$u(t) = e(t), \forall i. \qquad (1.31)$$

Puterea cedată de sursă este:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = e(t) \cdot i(t) \qquad (1.32)$$

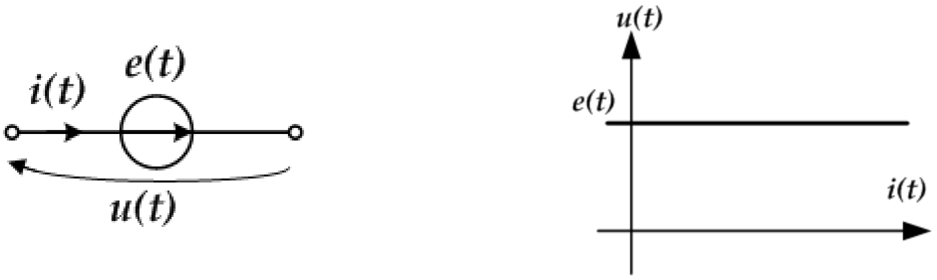



Fig. 1.8. Simbolul sursei ideale de tensiune (a), respectiv caracteristica tensiune-curent a sursei ideale de tensiune (b)

**Obs**: Două surse ideale de tensiune cu valori diferite ale t.e.m. nu se conectează niciodată în paralel.

b) Sursa reală de tensiune este sursa de tensiune ce degajă căldură prin efect electrocaloric ($R \neq 0$) (fig. 1.9a).

$$u(t) = e(t) - R \cdot i(t) \qquad (1.33)$$

Determinarea punctelor de intersecție a graficului funcției ne oferă coordonatele dreptei (fig. 1.9b) ($i = 0 \Rightarrow u_0 = e; u = 0 \Rightarrow i_{sc} = e/R$).

$$p(t) = e(t) \cdot i(t) - R \cdot i^2(t) \qquad (1.34)$$

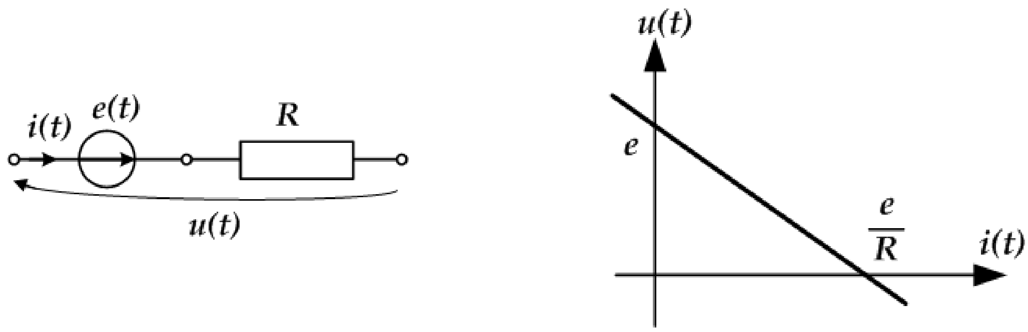


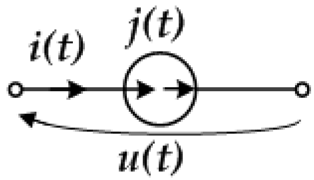

Fig. 1.9. Simbolul sursei reale de tensiune (a), respectiv caracteristica tensiune-curent a sursei reale de tensiune (b)

c) <u>Sursa ideală de curent</u> este o sursă de energie electromagnetică având proprietatea de a debita un curent $j(t)$ independent de rețeaua conectată la bornele sale (fig. 1.10).

$$i(t) = j(t), \forall u. \tag{1.35}$$

Puterea cedată de sursă este:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = u(t) \cdot j(t) \tag{1.36}$$



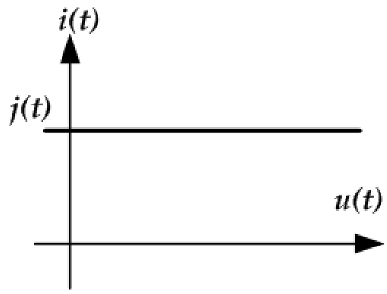




Fig. 1.10. Simbolul sursei ideale de curent (a), respectiv caracteristica curent-tensiune a sursei ideale de curent (b)

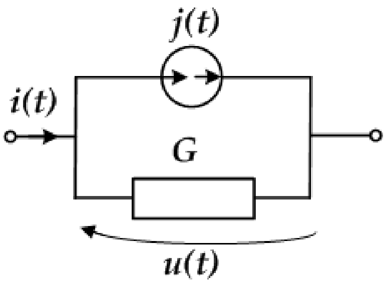
**<u>Obs:</u>** Două surse ideale de curent cu valori diferite ale injecțiilor de curent nu se conectează în serie.

d) <u>Sursa reală de curent</u> este sursa de curent caracterizată de o conductanță nenulă (fig. 1.11).

$$i(t) = j(t) - G \cdot u(t) \tag{1.37}$$

Aflarea punctelor de intersecție a graficului funcției ne oferă coordonatele dreptei (fig. 1.11b) ($i = 0 \Rightarrow u_0 = j/G\,; u = 0 \Rightarrow i = j$).

$$p(t) = u(t) \cdot j(t) - G \cdot u^2(t)$$



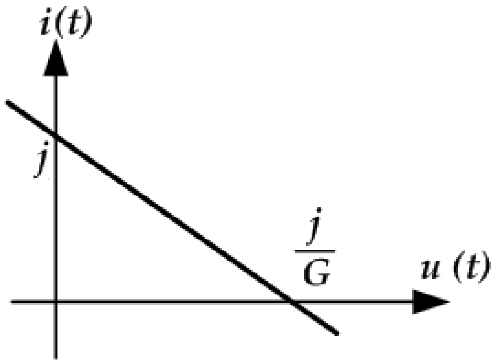




Fig. 1.11. Simbolul sursei reală de curent (a), respectiv caracteristica curent-tensiune a sursei reale de curent (b)

## *<u>I.6. Elemente de topologie a circuitelor</u>*

Rezolvarea corectă a unui circuit implică un lanț de operații care încep cu identificarea elementelor de topologie ale acestuia. Topologia este știința sistematizării conexiunilor. Astfel, unui circuit i se poate asocia un graf, pe care se identifică următoarele elemente:

→ nodul = intersecția a minim trei conductoare: $N$

→ latura = porțiunea cuprinsă între două noduri succesive: $L$

→ bucla = contur poligonal închis format din succesiunea unor laturi: $B$

**Obs**: Ochiul este o buclă elementară ce nu cuprinde altă buclă.

Relația lui Euler: $B = L - N + 1$.

→ arborele = orice structură de latură care unește toate nodurile și nu formează bucle

Ramura = latura arborelui. $r = N - 1$

→ coarbore = ceea ce a rămas din graf după alegerea arborelui

Coardă = latura coarborelui $c = L - r = L - N + 1$

**Obs**: Arborele într-un circuit nu este unic; se recomandă ca acesta să fie ramificat.

Pentru exemplu de graf din figura 1.25, se determină următoarele elemente de topologie:

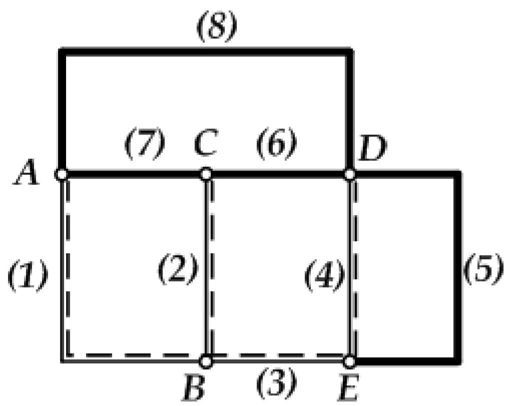



Fig. 1.25. Simbolul rezistorului electric liniar

$N = 5 \quad \{A, B, C, D, E\}$

$L = 8$

$B = L - N + 1 = 8 - 5 + 1 = 4$

$r = \{1, 2, 3, 4\}$ $(N - 1)$ - linie punctată

$c = \{5, 6, 7, 8\}$ $(L - N + 1)$ - linie îngroșată

## II. Circuite electrice de curent continuu

### *II.1. Noțiuni introductive*

Circuitele de curent continuu sunt circuite în care mărimile de excitație (intensitățile curenților electrici și tensiunile electrice) sunt constante în timp. Circuitele de curent continuu sunt rezistive, deoarece bobinele și condensatoarele nu intervin prin parametrii lor caracteristici, având un comportament particular:

→ dacă intensitatea curentului ce parcurge bobina este continuu (constant în timp) $i_L = I$ pentru $t \in (-\infty, \infty)$, ecuația caracteristică a bobinei devine $u_L = L\dfrac{di_L}{dt} = 0$, deci bobina se comportă în curent continuu ca un scurtcircuit ($R$ = 0);

→ dacă tensiunea la bornele condensatorului este continuă (constantă) $u_C = U$ pentru $t \in (-\infty, \infty)$, ecuația caracteristică a condensatorului devine $i_C = C\frac{du_C}{dt} = 0$, deci condensatorul se comportă în curent continuu ca un gol ($R \to \infty$).

Cu toate acestea, bobina parcursă de curent continuu $I$ acumulează energie magnetică, iar condensatorul alimentat cu tensiune constantă $U$ la borne acumulează energie electrică.

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 \qquad\qquad W_e = \frac{1}{2} C U^2$$

*II.2. Relații de bază ale circuitelor electrice de curent continuu*

Studiul circuitelor rezistive liniare în curent continuu oferă posibilitatea introducerii conceptelor de echivalență și modelare, care apoi se vor utiliza pentru simplificarea analizei circuitelor complexe.

Rezolvarea circuitelor electrice de curent continuu constă în determinarea intensităților curenților prin laturi și a tensiunilor la bornele acestora, când se cunosc rezistențele laturilor, t.e.m. ale surselor independente de tensiune, intensitățile surselor independente de curent și parametrii surselor comandate. Pentru un circuit cu $L$ laturi, pentru care se cunosc elementele enunțate anterior, numărul de necunoscute este egal cu $L$.

*A. Legea lui Ohm generalizată*

Forma integrală a legii conducției electrice pentru o porțiune neramificată de conductor este:

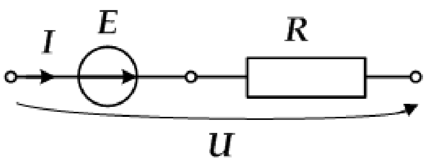



Fig. 2.1. Explicativă pentru legea lui Ohm

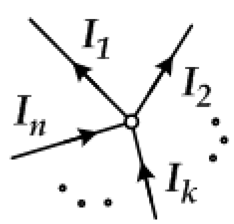
$$U + E = R \cdot I$$

Relația anterioară poate fi scrisă și sub formele:

$$U = R \cdot I - E$$
$$I = G \cdot U + G \cdot E$$

B. *Teoremele lui Kirchhoff*

a. *Prima teoremă a lui Kirchhoff*: suma algebrică a intensităților curenților electrici dintr-un nod al circuitului este egală cu zero.




$\sum_{k \in n_j} I_k = 0$ (+ cei care ies din nod)

Fig. 2.2. Explicativă pentru teorema întâi a lui Kirchhoff

Într-un circuit electric, închis și izolat se pot scrie $N$-1 ecuații independente ale primei teoreme Kirchhoff.

b. *A doua teoremă a lui Kirchhoff:* suma algebrică a căderilor de tensiune dintr-o buclă a unui circuit este egală cu suma algebrica a t.e.m. de la bornele surselor de tensiune din aceeași buclă.

$$\sum_{k\in b_n} U_k = \sum_{k\in b_n} E_k \quad \text{sau} \quad \sum_{k\in b_n} R_k \cdot I_k = \sum_{k\in b_n} E_k$$

Într-un circuit electric, închis și izolat se pot scrie $B$ ecuații independente ale celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff.

Dacă în circuit există surse de curent (comandate sau independente) și surse de tensiune (comandate și/sau independente), sistemul de ecuații ale teoremelor lui Kirchhoff se poate scrie:

$N$-1 ecuații KI: $$\sum_{k\in n_j} I_k = -\sum_{k\in n_j} (J_k + J_{ck})$$

$B$ ecuații KII: $$\sum_{k\in b_n} (R_k \cdot I_k + U_{Jk} + U_{Jck}) = \sum_{k\in b_n} (E_k + E_{ck})$$

## *II.3. Teoremele de transfigurare a circuitelor electrice*

A. Transfigurarea serie

Fie $n$ laturi active conectate în serie (astfel încât să fie parcurse de același curent).

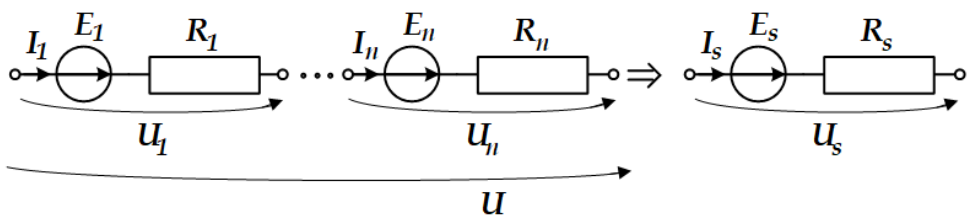



Fig. 2.3. Conectarea a *n* laturi în serie

Ecuațiile de funcționare ale circuitului sunt:

$$I_1 = I_2 = ... = I_n = I_s$$
$$U_1 + U_2 + ... + U_k = U_s = U$$

Folosind ecuația caracteristică a laturii pentru a exprima tensiunea $U_k$ și însumându-le, se obține:

$$U = \sum_{k=1}^{n} U_k = \sum_{k=1}^{n} R_k \cdot I_k - \sum_{k=1}^{n} E_k = (\sum_{k=1}^{n} R_k) \cdot I - \sum_{k=1}^{n} E_k$$

Ecuația laturii echivalente este:

$$U = R_S \cdot I - E_S \Rightarrow \begin{cases} R_S = \sum_{k=1}^{n} R_k \\ E_S = \sum_{k=1}^{n} E_k \end{cases}$$

→ <u>teoreme divizorului de tensiune</u>: stabilește modul în care se distribuie tensiunea aplicată unei conexiuni serie de rezistoare.

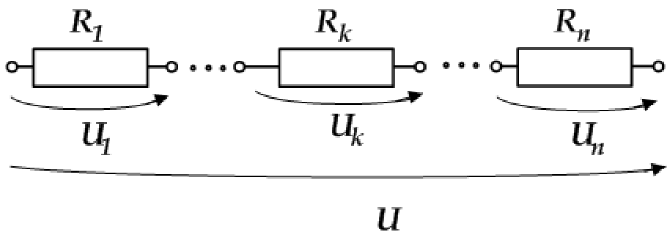



Fig. 2.4. Regula divizorului de tensiune pentru *n* rezistoare înseriate

$$U_k = R_k \cdot I_k = R_k \cdot \frac{U}{R_S} = \frac{R_k}{\sum_{k=1}^{n} R_k} \cdot U$$

B. <u>Transfigurarea paralel</u>

Când conectăm *n* laturi active între aceleași două noduri, astfel încât să aibă aceeași tensiune la borne, se obține conexiunea paralel.

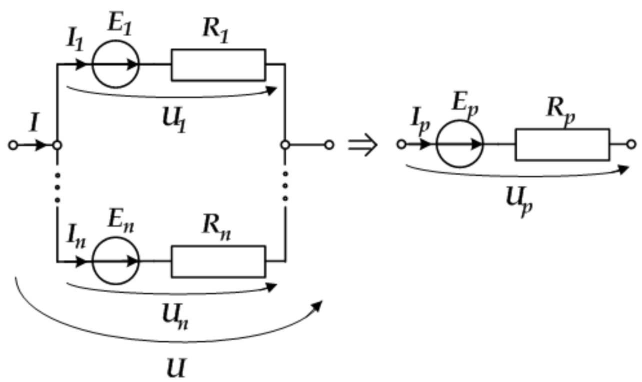



Fig. 2.5. Conectarea a *n* laturi în paralel

Ecuațiile de funcționare ale circuitului sunt:

$$U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U$$

$$I_1 + I_2 + \ldots + I_n = I = I_p$$

Folosind ecuația caracteristică a laturii pentru a exprima tensiunea $I_k$ și însumându-le, se obține:

$$I = \sum_{k=1}^{n} I_k = \sum_{k=1}^{n} G_k \cdot U_k + \sum_{k=1}^{n} G_k \cdot E_k = (\sum_{k=1}^{n} G_k) \cdot U + \sum_{k=1}^{n} G_k \cdot E_k$$

Ecuația laturii echivalente este:

$$I = G_P \cdot U + E_P \cdot G_P \;\Rightarrow \begin{cases} G_P = \sum_{k=1}^{n} G_k \; sau \; \dfrac{1}{R_P} = \sum_{k=1}^{n} R_K \\ E_P = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} G_k \cdot E_k}{\sum_{k=1}^{n} G_k} \end{cases}$$

→ <u>teoreme divizorului de curent</u>: stabilește modul în care se distribuie curentul în rezistoarele conectate în paralel.

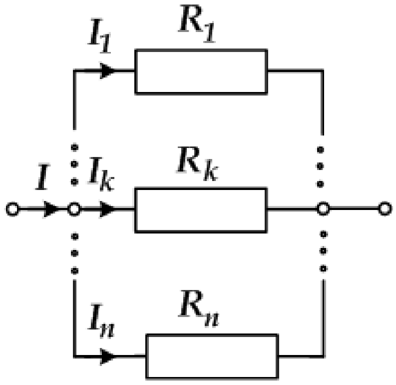



Fig. 2.6. Regula divizorului de curent pentru *n* rezistoare în paralel

$$I_k = \frac{U}{R_k} = \frac{R_P \cdot I}{R_k} = \frac{\frac{1}{R_k}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}} \cdot I$$

*II.4. Teorema conservării puterilor*

În orice circuit electric, închis și izolat, suma puterilor la bornele elementelor este zero.

$$\sum_{k=1}^{l} P_k = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{l} U_k \cdot I_k = 0$$

În cazul circuitelor rezistive, această relație poate fi exprimată sub forma unei ecuații de bilanț al puterilor: suma puterilor electromagnetice generate de sursele de energie este egală cu suma puterilor consumate în rezistoare, prin efect Joule-Lenz.

$$\sum_{k=1}^{l} (E_k \cdot I_k + U_{Jk} I_k) = \sum_{k=1}^{l} R_k \cdot I_k^2$$